

摘藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要卷一萬八百五十

子部

御製數理精蘊下編卷二十七

體部五

各等面體

各等面體

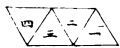
設如四面體每邊一尺二寸求積幾何



法以每邊一尺二寸為弦每邊折半得六寸為勾求得股一尺零三分九釐二豪三絲零四微有餘為每一面之中垂線與每邊一尺二寸相乘折半得六十二寸三十五分三十八釐二十四豪有餘為每一面之面積又以每邊一尺二寸為弦每一面之中垂線取其三分之



二得六寸九分二釐八豪二絲零二微
有餘為勾求得股九寸七分九釐七豪
九絲五忽九微有餘為四面體自尖至
底中心之立垂線或以每一面之中垂
線一尺零三分九釐二豪三絲零四微
有餘為弦每一面之中垂線取其三分
之一得三寸四分六釐四豪一絲零一
微有餘為勾亦得股九寸七分九釐七
豪九絲五忽八微有餘為四面體自尖



至底中心之立垂線以此立垂線與每

一面之面積六十二寸三十五分三十

八釐二十四豪有餘相乘三歸之得二

百零三寸六百四十六分七百三十七

釐有餘即四面體之積也如圖甲乙丙

丁四面體其稜六角四平鋪之則面亦

四各成一等邊三角形試以乙丙丁之

一面為底以乙丙一邊為弦丁丙一邊

折半得戊丙為勾求得乙戊股與甲戊



等即每一面之中垂線與丁丙一邊相
乘折半得乙丙丁底面積又以甲丙一
邊為弦己丙中垂線之三分之二為勾
求得甲己股為自尖至底中心之立垂
線或以甲戊每一面之中垂線為弦己
戊中垂線之三分之一為勾亦得甲己
股為自尖至底中心之立垂線乃以甲
己立垂線與乙丙丁底面積相乘三歸
之即得甲乙丙丁四面體之積也



又求自尖至底中心之立垂線捷法以
每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸
三歸二因得九十六寸開平方得九寸
七分九釐七豪九絲五忽八微有餘即
自尖至底中心之立垂線也此法蓋因
甲丙為弦戊丙為勾求得甲戊股則甲
戊自乘方為甲丙自乘方之四分之三
見等邊三角形
求中垂線法又甲戊為弦己戊為勾
求得甲己股則甲己自乘方為甲戊自

乘方之九分之八

己戊為甲戊三分之一則甲戊自乘方為

九分己戊自乘方為一分甲己自乘方為八分

甲戊自乘方既

為甲丙自乘方四分之三今命甲戊自

乘方為甲丙自乘方十二分之九而甲

己自乘方又為甲戊自乘方九分之八

則甲己自乘方必為甲丙自乘方十二

分之八即三分之二故以一邊自乘三

歸二因得甲己自乘方積而開方得甲

己為立垂線之高數也

一率

一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率

八二六四九六五八

三率

一二

四率

九七九九五八

又用知一邊求高數之定率比例求自

尖至底中心之立垂線以定率之四面

體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一

率四面體之立垂線八一六四九六五

八為二率今所設之四面體之每邊一

尺二寸為三率求得四率九寸七分九

釐七豪九絲五忽八微有餘即四面體

自尖至底中心之立垂線也

又用邊線相等體積不同之定率比例

以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇為一率四面體積一一七八五

一一二九為二率今所設之四面體之

每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百

二十八寸為三率求得四率二百零三

寸六百四十六分七百五十釐有餘即

四面體之積也蓋四面體之每一邊為

一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積

為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇而四面體

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一一七八五一一二九

三率 一七二八

四率 二〇三六四六五〇



之每一邊一○○○所得之四面體積

為一一七八五一一二九故以子丑寅

卯四面體之每邊一尺自乘再乘之辰

巳午未正方體積一○○○○○○○○

○○與子丑寅卯四面體積一一七八

五一一二九之比即同於今所設之甲

乙丙丁四面體之每邊一尺二寸自乘

再乘之戊己庚辛正方體積一尺七百

二十八寸與今所得之甲乙丙丁四面

體積二百零三寸六分七厘
五十釐有餘之比也

一率 二〇三九六四八九〇
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 一二
四率 五八八三五六

又用體積相等邊線不同之定率比例
以定率之四面體之每邊二〇三九六
四八九〇為一率正方體之每邊一〇
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之四
面體之每邊一尺二寸為三率求得四
率五寸八分八釐三豪三絲六忽五微
有餘為與四面體積相等之正方體每



邊之數自乘再乘得二百零三寸六百
四十六分七百釐有餘即四面體之積
也蓋四面體之每邊為二〇三九六四
八九〇正方體之每邊為一〇〇〇〇
〇〇〇〇則兩體積相等故以子丑寅
卯四面體之每邊二〇三九六四八九
〇與辰巳午未正方體之每邊一〇〇
〇〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之
甲乙丙丁四面體之每邊一尺二寸與



今所得之戊己庚辛正方體之每邊五寸八分八釐三豪三絲六忽五微有餘之比既得一邊自乘再乘得戊己庚辛正方體積即與甲乙丙丁四面體之積為相等也

如有四面體積二百零三寸六百四十六分七百五十釐求每邊之數則用邊線相等體積不同之定率比例以定率之四面體積一一七八五一一二九為

一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇

○為二率今所設之四面體積二百零

三寸六百四十六分七百五十釐為三

率求得四率一尺七百二十八寸開立

方得一尺二寸即四面體之每一邊也

此法蓋因四面體之每邊與正方體之

每邊相等四面體積與正方體積不同

故先定為體與體之比例既得正方體

積而後開立方得線也

一率 二七五二二九

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 二〇三六四七五〇

四率 一七二八

又法用體積相等邊線不同之定率比

例以定率之正方體之每邊一〇〇〇

〇〇〇〇〇〇為一率四面體之每邊二

〇三九六四八九〇為二率今所設之

四面體積二百零三寸六百四十六分

七百五十釐開立方得五寸八分八釐

三豪三絲六忽五微有餘為三率求得

四率一尺二寸即四面體之每一邊也

此法蓋因四面體積與正方體積相等

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 二〇三九六四八九〇

三率 五八八三三六五

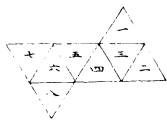
四率 一二

四面體之每邊與正方體之每邊不同
故以四面體積先開立方得正方體之
每邊而後為線與線之比例也

設如八面體每邊一尺二寸求積幾何



法以八面體分作二尖方體算之將每
邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸為
二尖方體之共底面積又以每邊自乘
之一尺四十四寸倍之得二尺八十八
寸開平方得一尺六寸九分七釐零五



絲六忽二微有餘為二尖方體之共高

即八面體之對角斜線以此斜線與二

尖方體之共底面積一尺四十四寸相

乘三歸之得八百一十四寸五百八十

六分九百七十六釐有餘即八面體之

積也如圖甲乙丙丁戊己八面體其稜

十二角六平鋪之則面為八各成一等

邊三角形自體正中對四角平分截之

則成甲乙己丁戊丙乙戊丁己二尖方



體甲丙為二尖方體之共高即甲乙丙
丁正方形之對角斜線故以戊乙一邊
自乘得戊乙己丁正方面積為二尖方
體之共底又以戊乙己丁正方面積倍
之開平方即如甲乙為勾乙丙為股各
自乘相併開方得甲丙弦為八面體之
對角斜線即二尖方體之共高以此共
高與戊乙己丁二尖方體之底面積相
乘三歸之得二尖方體積即八面體之

總積也

又用邊線相等體積不同之定率比例

以定率之正方體積一○○○○○○

○○○○為一率八面體積四七一四○

四五二一為二率今所設之八面體之

每邊一尺二寸自乘再乘得一尺七百

二十八寸為三率求得四率八百一十

四寸五百八十七分一十二釐有餘即

八面體之積也蓋八面體之每一邊為

一率 一○○○○○○○

二率 四七一四〇四五一

三率 一七二八

四率 八一四五八七〇二



一〇〇〇則其自乘再乘之正方體積
為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇而八面體
之每一邊一〇〇〇所得之八面體積
為四七一四〇四五二一故以子丑寅
卯辰巳八面體之每邊一尺自乘再乘
之午未申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇與子丑寅卯辰巳八面體積
四七一四〇四五二一之比即同於今
所設之甲乙丙丁戊己八面體之每邊



一率	一二八四九八二九
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	一二
四率	九三三九二六

一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方體積一尺七百二十八寸與今所得之甲乙丙丁戊己八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九為一率正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之八



面體之每邊一尺二寸為三率求得四
率九寸三分三釐九豪二絲六忽有餘
為與八面體積相等之正方體每邊之
數自乘再乘得八百一十四寸五百八
十六分八百五十六釐有餘即八面體
之積也蓋八面體之每邊為一二八四
八九八二九正方體之每邊為一〇〇
〇〇〇〇〇〇則兩體積相等故以子
丑寅卯辰巳八面體之每邊一二八四



八九八二九與午未申酉正方體之每
邊一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之比即同於

今所設之甲乙丙丁戊己八面體之每
邊一尺二寸與今所得之庚辛壬癸正
方體之每邊九寸三分三釐九豪二絲
六忽有餘之比既得一邊自乘再乘得
庚辛壬癸正方體積即與甲乙丙丁戊
己八面體之積為相等也
如有八面體積八百一十四寸五百八

十七分一十二釐求每邊之數則用邊

線相等體積不同之定率比例以定率

之八面體積四七一四〇四五二一為

一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

〇為二率今所設之八面體積八百一

十四寸五百八十七分一十二釐為三

率求得四率一尺七百二十八寸開立

方得一尺二寸即八面體之每一邊也

此法蓋因八面體之每邊與正方體之

一率 四七四〇四五二

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 八二四五八七〇二

四率 一七二八

每邊相等八面體積與正方體積不同
故先定為體與體之比例既得正方體
積而後開立方得線也

又法用體積相等邊線不同之定率比

例以定率之正方體之每邊一〇〇〇

〇〇〇〇〇為一率八面體之每邊一

二八四八九二九為二率今所設之

八面體積八百一十四寸五百八十七

分一十二釐開立方得九寸三分三釐

一率

一〇〇〇〇〇〇〇

二率

一二八四八九二九

三率

九三三九二六

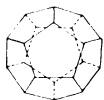
四率

一一

九豪二絲六忽有餘為三率求得四率
一尺二寸即八面體之每一邊也此法
蓋因八面體積與正方體積相等八面
體之每邊與正方體之每邊不同故以
八面體積先開立方得正方體之每邊
而後為線與線之比例也

設如十二面體每邊一尺二寸求積幾何

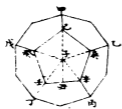
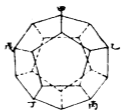
法以十二面體分作十二五角尖體算
之將每邊一尺二寸求得五等邊形之



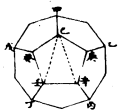
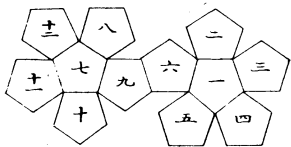
分角線為一尺零二分零七豪八絲零
九微有餘自中心至每邊之垂線為八
寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘
面積為二尺四十七寸七十四分八十
七釐三十豪有餘乃用理分中末線之
大分六一八〇三三九九為一率全分
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設
之每邊一尺二寸為三率求得四率一
尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有



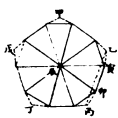
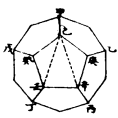
餘為每一面兩角相對之斜線又用理
分中末線之大分六一八〇三三九九
為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為
二率今所得之每一面兩角相對之斜
線折半得九寸七分零八豪二絲零三
微有餘為三率求得四率一尺五寸七
分零八豪二絲零二微有餘為十二面
體之中心至每邊正中之斜線乃以此
斜線為弦每一面中心至邊之垂線八



寸二分五釐八豪二絲九忽一微有餘
為勾求得股一尺三寸三分六釐二豪
一絲九忽六微有餘為十二面體之中
心至每一面中心之立垂線爰以此立
垂線與每一面積二尺四十七寸七十
四分八十七釐三十豪有餘相乘三歸
之得一尺一百零三寸四百八十九分
零二十九釐有餘為一五角尖體積十
二因之得一十三尺二百四十一寸八



百六十八分三百四十八釐有餘即十
 二面體之總積也如圖甲乙丙丁戊十
 二面體其稜三十角二十平鋪之則面
 十二各成一等邊五角形先求得己庚
 辛壬癸五等邊形之子己類分角線又
 求得子丑自中心至每邊之垂線復求
 得己庚辛壬癸五等邊形之面積次以
 辛壬一邊為大分己辛兩角相對斜線
 為全分故辛壬與己辛之比同於理分



中末線之大分與全分之比而得兩角
 相對之斜線又自十二面體之正中截
 之則成十等邊之面形而其所截之處
 皆正當每邊之一半故其所截之寅卯
 等線亦為乙丙兩角相對斜線與乙之
辛等
 一半而為十等邊形之一邊故寅卯與
 辰寅之比又同於理分中末線之大分
 與全分之比而得十二面體之中心至
 每邊正中之斜線乃以辰寅斜線為弦



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 七六六三二八九〇三

三率 二七二八

四率 一三四一八六九四六四

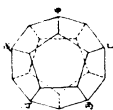
每面中心至每邊之子丑垂線為勾求
 得辰子股即十二面體中心至每面中
 心之立垂線以此辰子立垂線與己庚
 辛壬癸一面積相乘三歸之得辰己庚
 辛壬癸一五角尖體積十二因之即得
 甲乙丙丁戊十二面體之總積也

又用邊線相等體積不同之定率比例
 以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇

〇〇〇為一率十二面體積七六六三

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 七六三二八九三
三率 一七八
四率 三二四八九四六四

一一八九〇三為二率令所設之十二
面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一
尺七百二十八寸為三率求得四率一
十三尺二百四十一寸八百六十九分
四百六十四釐有餘即十二面體之積
也蓋十二面體之每一邊為一〇〇〇
則其自乘再乘之正方體積為一〇〇〇
〇〇〇〇〇〇〇〇而十二面體之每一
邊一〇〇〇〇所得之十二面體積為七



六六三一八九〇三故以子丑寅卯

辰十二面體之每邊一尺自乘再乘之

巳午未申正方體積一〇〇〇〇〇〇

〇〇〇與子丑寅卯辰十二面體積七

六六三一八九〇三之比即同於今

所設之甲乙丙丁戊十二面體之每邊

一尺二寸自乘再乘之己庚辛壬正方

體積一尺七百二十八寸與今所得之

甲乙丙丁戊十二面體積一十三尺二

百四十一寸八百六十九分四百六十

四釐有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例

以定率之十二面體之每邊五〇七二

二二〇七為一率正方體之每邊一〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十

二面體之每邊一尺二寸為三率求得

四率二尺三寸六分五釐八豪二絲七

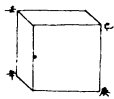
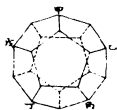
忽六微有餘為與十二面體積相等之

一率 五〇七二二〇七

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 一二

四率 二二六五八二七六



正方體每邊之數自乘再乘得一十三

尺二百四十一寸八百六十八分八百

四十八釐有餘即十二面體之積也蓋

十二面體之每邊為五〇七二二二〇

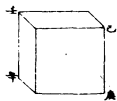
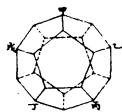
七正方體之每邊為一〇〇〇〇〇〇

〇〇則兩體積相等故以子丑寅卯辰

十二面體之每邊五〇七二二二〇七

與巳午未申正方體之每邊一〇〇〇

〇〇〇〇〇〇之比即同於今所設之甲



乙丙丁戊十二面體之每邊一尺二寸
與今所得之己庚辛壬正方體之每邊
二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽六
微有餘之比既得一邊自乘再乘得己
庚辛壬正方體積即與甲乙丙丁戊十
二面體之積為相等也

如有十二面體積一十三尺二百四十
一寸八百六十九分四百六十四釐求
每邊之數則用邊線相等體積不同之

定率比例以定率之十二面體積七六

六三一八八九○三為一率正方體積

一○○○○○○○○○○○○○○為二率令所

設之十二面體積一十三尺二百四十

一寸八百六十九分四百六十四釐為

三率求得四率一尺七百二十八寸開

立方得一尺二寸即十二面體之每一

邊也此法蓋因十二面體之每邊與正

方體之每邊相等十二面體積與正方

一率 七六六一八九○三

二率 一○○○○○○○○

三率 一三二四一八六九四六四

四率 一七二八

體積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

又法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇

〇〇〇〇〇〇為一率十二面體之每邊

五〇七二二二〇七為二率今所設之

十二面體積一十三尺二百四十一寸

八百六十九分四百六十四釐開立方

得二尺三寸六分五釐八豪二絲七忽

一率

一〇〇〇〇〇〇〇

二率

五〇七二二〇七

三率

二五六八二七六

四率

一一

六微有餘為三率求得四率一尺二寸
即十二面體之每一邊也此法蓋因十
二面體積與正方體積相等十二面體
之每邊與正方體之每邊不同故以十
二面體積先開立方得正方體之每邊
而後為線與線之比例也

設如二十面體每邊一尺二寸求積幾何

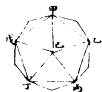
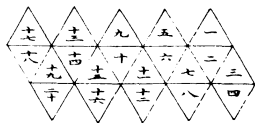
法以二十面體分作二十三角尖體算
之將每邊一尺二寸求得三等邊形之



分角線為六寸九分二釐八豪二絲零
二微有餘自中心至每邊之垂線為三
寸四分六釐四豪一絲零一微有餘面
積為六十二寸三十五分三十八釐二
十四豪有餘乃用理分中末線之大分
六一八〇三三九九為一率全分一〇
〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之每
邊一尺二寸折半得六寸為三率求得
四率九寸七分零八豪二絲零三微有



餘為二十面體之中心至每邊正中之
斜線乃以此斜線為弦每一面中心至
邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零
一微有餘為勾求得股九寸零六釐九
豪一絲三忽五微有餘為二十面體之
中心至每一面中心之立垂線爰以此
立垂線與每一面積六十二寸三十五
分三十八釐二十四豪有餘相乘三歸
之得一百八十八寸四百九十八分四



百一十五釐有餘為一三角尖體積二十因之得三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘即二十面體之總積也如圖甲乙丙丁戊二十面體其稜三十角十二平鋪之則面二十各成一等邊三角形先求得己丙丁三等邊形之己庚類分角線又求得庚辛自中心至每邊之垂線復求得己丙丁三等邊形之面積次自二十面體之正中截之



則成十等邊之面形而其所截之處皆

正當每邊之一半故其所截之壬癸等

線亦為乙丙每邊之一半而為十等邊

形之一邊故壬癸與子壬之比同於理

分中末線之大分與全分之比而得二

十面體之中心至每邊正中之斜線乃

以子壬斜線為弦每面中心至每邊之

庚辛垂線為勾求得子庚股即二十面

體中心至每面中心之立垂線以此子



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 二一八一六九四九六九

三率 一七二八

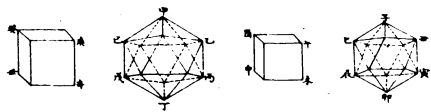
四率 五七六九九六八九〇六

庚立垂線與己丙丁一面積相乘三歸
之得子己丙丁一三角尖體積二十因
之即得甲乙丙丁戊二十面體之總積
也

又用邊緣相等體積不同之定率比例
以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇為一率二十面體積二一八一
六九四九六九為二率今所設之二十
面體之每邊一尺二寸自乘再乘得一



尺七百二十八寸為三率求得四率三
尺七百六十九寸九百六十八分九百
零六釐有餘即二十面體之積也蓋二
十面體之每一邊為一〇〇〇則其自
乘再乘之正方體積為一〇〇〇〇〇〇
〇〇〇〇〇而二十面體之每一邊一〇
〇〇所得之二十面體積為二一八一
六九四九六九故以子丑寅卯辰巳二
十面體之每邊一尺自乘再乘之午未



申酉正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

○與子丑寅卯辰巳二十面體積二一

八一六九四九六九之比即同於今所

設之甲乙丙丁戊己二十面體之每邊

一尺二寸自乘再乘之庚辛壬癸正方

體積一尺七百二十八寸與今所得之

甲乙丙丁戊己二十面體積三尺七百

六十九寸九百六十八分九百零六釐

有餘之比也

又用體積相等邊線不同之定率比例

以定率之二十面體之每邊七七一〇

二五三四為一率正方體之每邊一〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之二

十面體之每邊一尺二寸為三率求得

四率一尺五寸五分六釐三豪六絲九

忽有餘為與二十面體積相等之正方

體每邊之數自乘再乘得三尺七百六

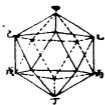
十九寸九百六十八分四百四十九釐

一率 七七一〇二五三四

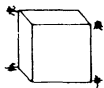
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 一二

四率 一五五六三六九



有餘卽二十面體之積也蓋二十面體
之每邊為七七一〇二五三四正方體
之每邊為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇則兩
體積相等故以子丑寅卯辰巳二十面
體之每邊七七一〇二五三四與午未
申酉正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇
〇〇之比卽同於今所設之甲乙丙丁
戊巳二十面體之每邊一尺二寸與今
所得之庚辛壬癸正方體之每邊一尺



一率 二八一六九六九
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 三七六九九六八〇六
四率 一七六

五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘之
比既得一邊自乘再乘得庚辛壬癸正
方體積即與甲乙丙丁戊己二十面體
之積為相等也

如有二十面體積三尺七百六十九寸
九百六十八分九百零六釐求每邊之
數則用邊線相等體積不同之定率比
例以定率之二十面體積二一八一六
九四九六九為一率正方體積一〇〇

○○○○○○○○為二率今所設之二

十面體積三尺七百六十九寸九百六

十八分九百零六釐為三率求得四率

一尺七百二十八寸開立方得一尺二

寸即二十面體之每一邊也此法蓋因

二十面體之每邊與正方體之每邊相

等二十面體積與正方體積不同故先

定為體與體之比例既得正方體積而

後開立方得線也

一率 二八一六九四九九

二率 一○○○○○○○○

三率 三七六九九六八九〇六

四率 一七八二

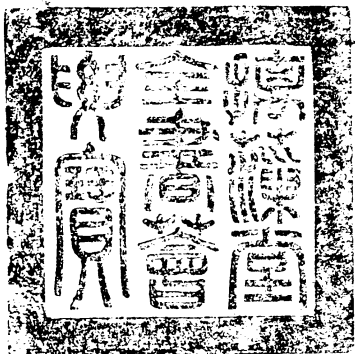
一率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	七七〇二五三四
三率	一五五六三六九
四率	二

又法用體積相等邊線不同之定率比
 例以定率之正方體之每邊一〇〇〇
 〇〇〇〇〇〇〇為一率二十面體之每邊
 七七一〇二五三四為二率今所設之
 二十面體積三尺七百六十九寸九百
 六十八分八百七十八釐開立方得一
 尺五寸五分六釐三豪六絲九忽有餘
 為三率求得四率一尺二寸即二十面
 體之每一邊也此法蓋因二十面體積

與正方體積相等二十面體之每邊與
正方體之每邊不同故以二十面體積
先開立方得正方體之每邊而後為線
與線之比例也



御製數理精蘊下編卷二十七



總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄錄監生臣蕭準

謄錄監生臣陳覲龍

繪圖監生臣李鈞

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二十八

詳校官主事臣陳本

欽定四庫全書薈要卷一萬八百五十一

子部

御製數理精蘊下編卷二十八

體部六

體

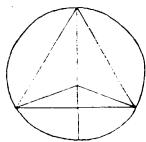
球

球內容各等面體

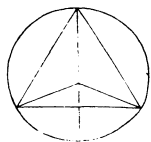
球外切各等面體

球內容各等面體

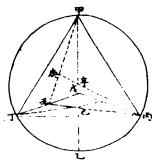
設如圓球徑一尺二寸求內容四面體之每一邊及體積幾何



法以圓球徑一尺二寸三歸二因得八寸為圓球內容四面體自尖至每面中心之立垂線自乘得六十四寸二歸三因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘即圓球內容四面體之每一邊也乃以四面體之



每一邊用等邊三角形求面積法求得
每一面積四十一寸五十六分九十二
釐一十九豪有餘與自尖至每面中心
之立垂線八寸相乘得三百三十二寸
五百五十三分七百五十釐有餘三歸
之得一百一十寸八百五十一分二百
五十釐有餘即圓球內容四面體之積
也如圖甲乙圓球徑一尺二寸內容甲
丙丁戊四面體甲已與丙庚俱為自尖



至每面中心之立垂線相交於辛為四

面體之中心亦即圓球之中心甲辛與

丙辛俱為圓球半徑甲己壬勾股形與

甲庚辛勾股形為同式形甲己壬勾股形以甲己自

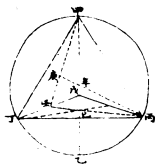
尖至底中心立垂線為股己壬一面中垂線之三分之一為勾甲壬一面中垂

線為弦甲庚辛勾股形以甲庚一面中垂線之三分之二為股庚辛四面體中

心至每面中心之垂線為勾甲辛四面體自尖至中心立垂線為弦故兩勾股

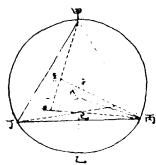
形同用一甲角而已角庚角同為直角其壬角與辛角亦必相等所以為同式

也形己壬為丙壬一面中垂線之三分之



一亦為甲壬一面中垂線之三分之一

故庚辛亦必為甲辛四面體自尖至中心立垂線之三分之一而甲辛即圓球之半徑故庚辛亦為圓球半徑之三分之一庚辛與辛已等今命甲辛圓球半徑為三分則甲乙圓球全徑為六分以辛已一分與甲辛三分相加則得甲已四分是甲已立垂線為甲乙圓球全徑之六分之四即三分之二故以甲乙圓



球徑三歸二因即得甲已為四面體自

尖至每面中心之立垂線也又四面體

之立垂線自乘方為每邊自乘方之三

分之二

見前四面體求積法

故以甲已立垂線自

乘二歸三因即得每一邊自乘方積開

平方得甲丙為四面體之每一邊也既

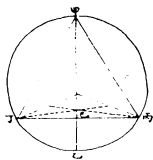
得一邊則用等邊三角形求面積法求

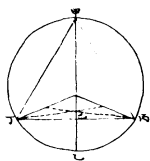
得丙丁戊三角形面積與甲已立垂線

相乘三歸之即得甲丙丁戊四面體之

積也

又求邊捷法以圓球徑一尺二寸自乘
三歸二因得九十六寸開平方亦得九
寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘
為內容四面體之每一邊也蓋四面體
之甲已立垂線既為甲乙圓球徑之三
分之二則甲已自乘方必為甲乙自乘
方之九分之四而甲已自乘方又為甲
丙每邊自乘方之三分之二即六分之





四則甲丙每一邊自乘方必為甲乙圓
 球徑自乘方之九分之六即三分之二
 故以圓球徑自乘三歸二因開平方亦
 得四面體之每一邊也如有四面體之
 一邊求外切圓球徑則先求得自尖至
 每面中心之立垂線二歸三因即圓球
 徑或以一邊自乘二歸三因開平方亦
 即得圓球徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	八一六四九六五八
三率	二
四率	九七九九五八

以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇
〇為一率圓球內容四面體之一邊八
一六四九六五八為二率今所設之圓
球徑一尺二寸為三率求得四率九寸
七分九釐七豪九絲五忽八微有餘即
圓球內容四面體之一邊也

又用求球內各形之體積之定率比例
以定率之圓球徑自乘再乘之正方體
積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 六四一五〇〇九

三率 一七六

四率 一一八五二五〇

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一二五二七五〇

三率 九〇四七七六八四

四率 一一八五二四九

球內容四面體積六四一五〇〇二九

為二率今所設之圓球徑一尺二寸自

乘再乘得一千七百二十八寸為三率

求得四率一百一十寸八百五十一分

二百五十釐有餘即圓球內容四面體

之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓

球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率

圓球內容四面體積一二二五一七五

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一二五二七五〇

三率 九〇四七六八四

四率 二〇八五二四九

三〇為二率令所設之圓球徑一尺二

寸求得圓球積九百零四寸七百七十

八分六百八十四釐有餘為三率求得

四率一百一十寸八百五十一分二百

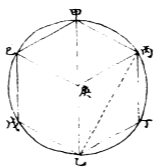
四十九釐有餘即圓球內容四面體之

積也

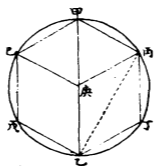
設如圓球徑一尺二寸求內容正方體之每一邊及

體積幾何

法以圓球徑一尺二寸自乘得一百四



十四寸三歸之得四十八寸開平方得
 六寸九分二釐八豪二絲零三微有餘
 即圓球內容正方體之每一邊以一邊
 自乘再乘得三百三十二寸五百五十
 三分七百四十四釐有餘即圓球內容
 正方體之積也如圖甲乙圓球徑一尺
 二寸內容甲丙丁乙戊己庚正方體試
 以丙丁一邊為股丁乙一邊為勾求得
 丙乙弦即每一面之對角斜線勾與股



既相等則丙乙每一面對角斜線自乘
方為丙丁或丁乙每邊自乘方之二倍
矣又試以丙乙對角斜線為股甲丙一
邊為勾求得甲乙弦即圓球徑則甲乙
圓球徑自乘方又為甲丙類每邊自乘
方之三倍矣故以圓球徑自乘三歸即
得每邊自乘之積開平方即得圓球內
容正方體之一邊以一邊自乘再乘即
得圓球內容正方體之積也如有正方

體之一邊求外切圓球徑則以一邊自

乘三因之開平方即得圓球徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例

以定率之圓球徑一○○○○○○○

○為一率圓球內容正方體之一邊五

七七三五○二六為二率今所設之圓

球徑一尺二寸為三率求得四率六寸

九分二釐八豪二絲零三微有餘即圓

球內容正方體之一邊也

一率 一○○○○○○○

二率 五七七三五○二六

三率 一二

四率 六九二八二○三

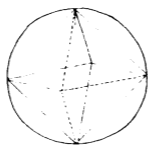
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一九二四五〇〇六
三率 一七八
四率 三三五五三七八

又用求球內各形之體積之定率比例
以定率之圓球徑自乘再乘之正方體
積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓
球內容正方體積一九二四五〇〇八
六為二率今所設之圓球徑一尺二寸
自乘再乘得一千七百二十八寸為三
率求得四率三百三十二寸五百五十
三分七百四十八釐有餘即圓球內容
正方體之積也。

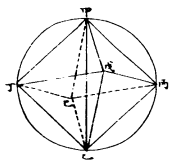
一率
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率
三六七五五五九〇
三率
九〇四七七八六八四
四率
三三二五五三七八

又用圓球積之定率比例以定率之圓球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球內容正方體積三六七五五二五九〇為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘即圓球內容正方體之積也

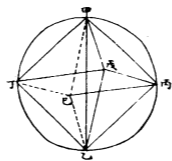
設如圓球徑一尺二寸求內容八面體之每一邊及體積幾何



法以圓球徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸開平方得八寸四分八釐五豪二絲八忽一微有餘即圓球內容八面體之每一邊也乃以八面體之每一邊自乘得七十二寸以球徑一尺二寸再乘得八百六十四寸三歸之得二百八十八寸即圓球內容



八面體之積也如圖甲乙圓球徑一尺
 二寸內容甲丙乙丁戊己八面體自正
 中對四角平分截之則成甲丙己丁戊
 乙丁戊丙己二尖方體甲乙圓球徑為
 二尖方體之共高即甲丙乙丁正方面
 之對角斜線試以甲丙一邊為股乙丙
 一邊為勾則甲乙球徑為弦勾與股既
 相等則甲乙自乘方為甲丙自乘方之
 二倍故以甲乙球徑自乘折半開方即



得甲丙為內容八面體之一邊以戊丙
一邊自乘得戊丙己丁二尖方體之共
底面積以甲乙共高再乘三歸之得二
尖方體積即八面體之總積也如有八
面體之一邊求外切圓球徑則以一邊
自乘加倍開平方得對角斜線即圓球
徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例
以定率之圓球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇

一率 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 七〇七一〇六七八

三率 二

四率 八四八五二八一

一率 一〇〇〇〇〇〇〇

二率 一六六六六六六六

三率 一七六

四率 二六

○為一率圓球內容八面體之一邊七

○七一〇六七八為二率今所設之圓

球徑一尺二寸為三率求得四率八寸

四分八釐五豪二絲八忽一微有餘即

圓球內容八面體之一邊也

又用求球內各形之體積之定率比例

以定率之圓球徑自乘再乘之正方體

積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓

球內容八面體積一六六六六六六六

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一六六六六六六六

三率 一七二

四率 二八

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 三一八三〇九八五

三率 九〇四七七八六四

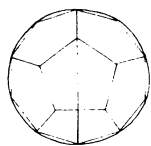
四率 二八七九九九九八

六為二率今所設之圓球徑一尺二寸
自乘再乘得一千七百二十八寸為三
率求得四率二百八十八寸即圓球內
容八面體之積也

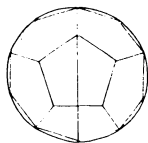
又用圓球積之定率比例以定率之圓
球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率
圓球內容八面體積三一八三 九八
八五為二率今所設之圓球徑一尺二
寸求得圓球積九百零四寸七百七十

八分六百八十四釐有餘為三率求得
四率二百八十七寸九百九十九分九
百九十八釐有餘即圓球內容八面體
之積也

設如圓球徑一尺二寸求內容十二面體之每一邊
及體積幾何



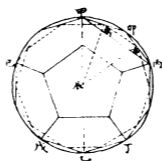
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇
〇〇〇〇為股小分三八一九六六〇
一為勾求得弦一〇七〇四六六二六



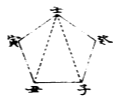
為一率小分三八一九六六〇一為二
率今所設之圓球徑一尺二寸為三率
求得四率四寸二分八釐一豪八絲六
忽五微有餘即圓球內容十二面體之
每一邊也乃以十二面體之每一邊用
五等邊形求面積法求得每一面積三
十一寸五十四分三十八釐五十七豪
有餘又用五等邊形求外切圓徑法求
得半徑即分角線三寸六分四釐二豪三絲



七忽一微有餘為勾圓球半徑六寸為
弦求得股四寸七分六釐七豪九絲二
忽七微有餘為自圓球中心至每一面
中心之立垂線與每一面積三十一寸
五十四分三十八釐五十七豪相乘得
一百五十寸三百九十八分八百零七
釐有餘三歸之得五十寸一百三十二
分九百三十五釐為一五角尖體積十
二因之得六百零一寸五百九十五分



二百二十釐有餘即圓球內容十二面
體之總積也如圖甲乙圓球徑一尺二
寸內容甲丙丁戊己十二面體自正中
平分截之則成十等邊面形其所截之
處皆正當每邊之一半故其所截之庚
辛等線亦為甲丙兩角相對斜線之一
半而為十等邊形之一邊試自十二面
體之甲卯一邊正中至中心辰作庚辰
垂線即為所截十等邊形外切圓之半



徑與甲庚每邊之半甲辰圓球半徑共

成甲庚辰勾股形庚辰為股甲庚為勾

甲辰為弦庚辰即如理分中末線之全

分甲庚即如理分中末線之小分何以

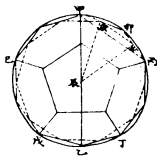
知之蓋十二面體每面之壬子兩角相

對斜線與甲丙等為全分則子丑一邊與甲卯等

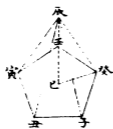
為大分若以壬子兩角相對斜線為大

分則子丑一邊為小分兩角相對斜線

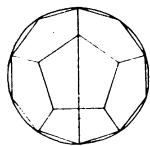
之一半庚辛為大分則每邊之半甲庚



即為小分矣又庚辰中心至每邊正中
 之垂線既為十等邊形外切圍之半徑
 而庚辛為十等邊形之一邊則庚辛為
 大分而庚辰必為全分矣因庚辰全分
 為股甲庚小分為勾而甲辰圓球半徑
 為弦故以理分中末線之全分為股小
 分為勾求得弦與小分之比同於甲辰
 半徑與甲庚半邊之比即同於今所設
 之甲乙全徑與甲卯全邊之比也既得

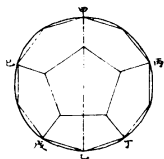


一邊則用五等邊形求面積法求得壬
 癸子丑寅五等邊形面積又求得巳癸
 五等邊形外切圓半徑即分角線乃以辰癸
 圓球半徑為弦與辰甲等巳癸分角線為勾
 求得辰巳股即圓球中心至內容十二
 面體每面中心之立垂線與壬癸子丑
 寅五等邊形面積相乘三歸之得辰壬
 癸子丑寅一五角尖體積十二因之即
 得圓球內容十二面體之總積也如有



十二面體之每一邊求外切圓球徑則
先求得自中心至每邊正中之垂線為
股半邊為勾求得弦倍之即圓球全徑
也

又求邊法用求圓球內容正方體之一
邊法以圓球徑一尺二寸自乘得一百
四十四寸三歸之得四十八寸開平方
得六寸九分二釐八豪二絲零三微有
餘為圓球內容十二面體每一面兩角



相對斜線乃以理分中末線之全分一

○○○○○○○○為一率大分六一

八〇三三九九為二率每一面兩角相

對斜線六寸九分二釐八豪二絲零三

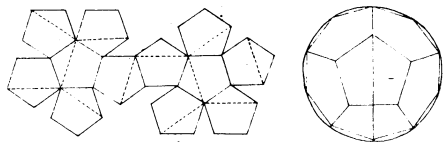
微為三率求得四率四寸二分八釐一

豪八絲六忽四微有餘即圓球內容十

二面體之每一邊也如圖甲乙圓球徑

一尺二寸內容甲丙丁戊己十二面體

試於每一面各作一斜線相連則十二



斜線之二十四端合為八角遂成正方
體形其十二面之十二斜線即正方體
之十二邊其八角即正方體之八角皆
切於圓球之面故用求球內容正方體
法求得正方體之一邊即十二面體每
一面兩角相對之斜線既得斜線則以
理分中末線之全分與大分之比即同
於兩角相對之斜線與每一邊之比而
得十二面體之每一邊也如有十二面

一率	一	○	○	○	○	○	○	○	○
二率	三	五	六	八	二	○	九		
三率	二								
四率	四	八	一	八	五				

體之每一邊求外切圓球徑則先求得每面兩角相對斜線為正方體之一邊用正方體求外切圓球徑之法亦即得圓球徑矣

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一○○○○○○○
 ○為一率圓球內容十二面體之一邊三五六八二二○九為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率四

寸二分八釐一豪八絲六忽五微有餘
即圓球內容十二面體之一邊也

又用求球內各形之體積之定率比例
以定率之圓球徑自乘再乘之正方體

積一○○○○○○○○○○為一率圓

球內容十二面體積三四八一四五四

八二為二率今所設之圓球徑一尺二

寸自乘再乘得一千七百二十八寸為

三率求得四率六百零一寸五百九十

一率 一○○○○○○○○

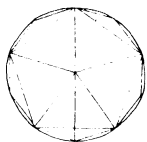
二率 三四八一四五四二

三率 一七八

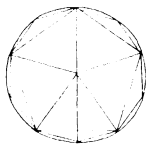
四率 六一五五三九二

百九十一釐有餘即圓球內容十二面體之積也

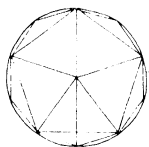
設如圓球徑一尺二寸求內容二十面體之每一邊及體積幾何



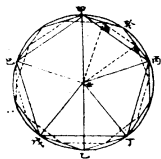
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇
〇〇〇〇為股大分六一八〇三三九
九為勾求得弦一一七五五七〇五〇
為一率大分六一八〇三三九九為二
率今所設之圓球徑一尺二寸為三率



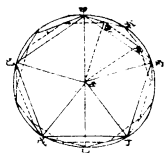
求得四率六寸三分零八豪七絲七忽
三微有餘即圓球內容二十面體之每
一邊也乃以二十面體之每一邊用等
邊三角形求面積法求得每一面積一
十七寸二十三分四十一釐七十豪有
餘又用三等邊形求外切圓徑法求得
半徑即分角線三寸六分四釐二豪三絲七
忽一微有餘為勾圓球半徑六寸為弦
求得股四寸七分六釐七豪九絲二忽



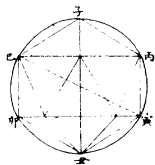
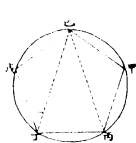
七微有餘為自圓球中心至每一面中心之立垂線與每一面積一十七寸二
十三分四十一釐七十豪有餘相乘得
八十二寸一百七十一分二百六十四
釐有餘三歸之得二十七寸三百九十
分四百二十一釐有餘為一三角尖體
積二十因之得五百四十七寸八百零
八分四百二十釐有餘即圓球內容二
十面體之總積也如圖甲乙圓球徑一



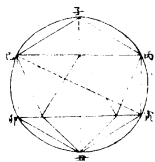
尺二寸内容甲丙丁戊己二十面體自
 正中平分截之則成十等邊面形其所
 截之處皆正當每邊之一半故其所截
 之庚辛等線亦為甲丙每邊之一半而
 為十等邊形之一邊試自二十面體之
 甲癸一邊正中至中心壬作庚壬垂線
 即為所截十等邊形外切圓之半徑與
 甲庚每邊之半甲壬圓球半徑共成甲
 庚壬勾股形庚壬為股甲庚為勾甲壬



為弦庚壬即如理分中末線之全分甲
 庚即如理分中末線之大分何以知之
 蓋庚壬中心至每邊正中之斜線既為
 十等邊形外切圓之半徑庚辛既為十
 等邊形之一邊則庚辛為大分庚壬必
 為全分庚辛為每邊之半甲庚亦為每
 邊之半則甲庚亦即為大分矣因庚壬
 全分為股甲庚大分為勾甲壬圓球半
 徑為弦故以理分中末線之全分為股



大分為勾求得弦與大分之比同於甲
壬半徑與甲庚半邊之比即同於今所
設之甲乙圓球全徑與甲癸全邊之比
也又圖子丑圓球內容子丙寅丑卯己
二十面體自丙己二處橫截之則所截
之面成圓內容甲丙丁戊己五等邊面
形試自二十面體之己角至寅角作己
寅全徑線則成己丙寅勾股形己丙為
股丙寅為勾己寅為弦以甲丙丁戊己



五等邊面形言之則已丙股為兩角相
對斜線即如理分中末線之全分丙寅
勾與丙丁一邊同即如理分中末線之
大分今已丙全分既為股丙寅大分既
為勾已寅與子丑同為圓球徑既為弦
故以理分中末線之全分為股大分為
勾求得弦與大分之比即同於今所設
之子丑全徑與丙寅一邊之比也既得
一邊則用三等邊形求面積法求得辰



巳午三等邊形面積又求得未巳三等

邊形外切圓半徑即分角線乃以壬巳

圓球半徑

與甲
壬等

為弦未巳分角線為勾

求得壬未股即圓球中心至內容二十

面體每面中心之立垂線與辰巳午三

等邊形面積相乘三歸之得壬辰巳午

一三角尖體積二十因之即得圓球內

容二十面體之積也如有二十面體之

一邊求外切圓球徑則先求得自中心

至每邊正中之垂線為股半邊為勾求得弦倍之即圓球全徑也

又用求球內各形之一邊之定率比例以定率之圓球徑一○○○○○○○

○為一率圓球內容二十面體之一邊

五二五七三一為二率今所設之

圓球徑一尺二寸為三率求得四率六

寸三分零八豪七絲七忽三微有餘即

圓球內容二十面體之一邊也

一率 一○○○○○○○

二率 五二五七三一

三率 一二

四率 六三〇八七三

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	三一七〇一八三三
三率	一七二八
四率	五四七八〇八五四三

又用求球內各形之體積之定率比例
 以定率之圓球徑自乘再乘之正方體
 積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓
 球內容二十面體積三一七〇一八八
 三三為二率今所設之圓球徑一尺二
 寸自乘再乘得一千七百二十八寸為
 三率求得四率五百四十七寸八百零
 八分五百四十三釐有餘即圓球內容
 二十面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓

球積一○○○○○○○○○○為一率

圓球內容二十面體積六〇五四六一

三七二為二率今所設之圓球徑一尺

二寸求得圓球積九百零四寸七百七

十八分六百八十四釐有餘為三率求

得四率五百四十七寸八百零八分五

百四十三釐有餘即圓球內容二十面

體之積也

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

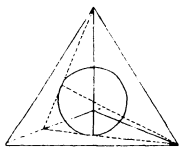
二率 六〇五四六一三七二

三率 九〇四七七六八四

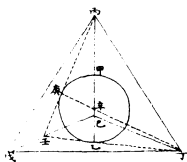
四率 五四七八〇八五四三

球外切各等面體

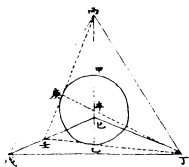
設如圓球徑一尺二寸求外切四面體之每一邊及體積幾何



法以圓球徑一尺二寸倍之得二尺四寸為圓球外切四面體自尖至每面中心之立垂線自垂得五尺七十六寸二歸三因得八尺六十四寸開平方得二尺九寸三分九釐三豪八絲七忽六微有餘即圓球外切四面體之每一邊也



乃以四面體之每一邊用等邊三角形
求面積法求得每一面積三尺七十四
寸一十二分二十九釐七十二豪有餘
與自尖至每面中心之立垂線二尺四
寸相乘三歸之得二尺九百九十二寸
九百八十三分七百七十六釐有餘即
圓球外切四面體之積也如圖甲乙圓
球徑一尺二寸外切丙丁戊己四面體
丙乙與丁庚俱為自尖至每面中心之



立垂線相交於辛為四面體之中心亦

即圓球之中心辛乙與辛庚俱為圓球

半徑丙乙壬勾股形與丙庚辛勾股形

為同式形丙乙壬勾股形以丙乙自尖至底中心立垂線為股乙壬

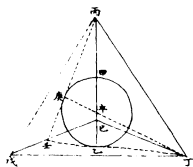
一面中垂線為弦丙庚辛勾股形以丙庚

一面中垂線為弦丙辛四面體自尖至中心

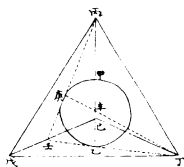
球半徑為弦故兩勾股形同用一丙角

立垂線為弦故兩勾股形同用一丙角而乙角庚角同為直角其壬角與辛角亦必相等所乙壬為丁壬一面中垂線以為同式形

之三分之一亦為丙壬一面中垂線之



三分之一故庚辛亦必為丙辛四面體
自尖至中心立垂線之三分之一而庚
辛為圓球半徑與甲辛等甲辛既為丙
辛之三分之一則丙甲即為丙辛之三
分之二與甲乙全徑等故以甲乙圓球
徑倍之得丙乙為四面體自尖至每面
中心之立垂線也又四面體之立垂線
自乘方為每一邊自乘方之三分之二
見前四面體求積法故以丙乙立垂線自乘二歸



三因得每一邊自乘方積開平方得丙
 丁為四面體之每一邊也既得一邊則
 用等邊三角形求面積法求得丁戊己
 三角形面積與丙乙立垂線相乘三歸
 之即得丙丁戊己四面體之積也如有
 四面體之一邊求內容圓球徑則先求
 得自尖至每面中心之立垂線折半即
 內容圓球徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例

以定率之圓球徑一○○○○○○○○

○為一率球外切四面體之一邊二四

四九四八九七四為二率今所設之圓

球徑一尺二寸為三率求得四率二尺

九寸三分九釐三豪八絲七忽六微有

餘即圓球外切四面體之一邊也

又用求球外各形之體積之定率比例

以定率之圓球徑自乘再乘之正方體

積一○○○○○○○○為一率球

一率 一○○○○○○○

二率 二四九四八九七四

三率 一二

四率 二九三九三八七六

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 三〇七九七三三七二

三率 九〇四七七八六四

四率 二九九二九八三七九四

設如圓球徑
體積幾何

三七二為二率令所設之圓球徑一尺
二寸求得圓球積九百零四寸七百七
十八分六百八十四釐有餘為三率求
得四率二尺九百九十二寸九百八十
三分七百九十四釐有餘即圓球外切
四面體之積也

一尺二寸求外切正方體之每一邊及

法因圓球徑一尺二寸即外切正方體



之每一邊自乘再乘得一尺七百二十
八寸即外切正方體積故他法皆不設
止存此題以備一體焉

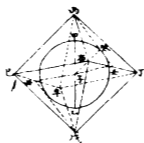
設如圓球徑一尺二寸求外切八面體之每一邊及
體積幾何



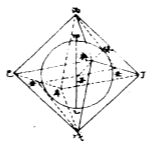
法以圓球徑一尺二寸折半得六寸為
圓球外切八面體中心至每面中心之
立垂線自乘得三十六寸六因之得二
百一十六寸開平方得一尺四寸六分



九釐六豪九絲三忽八微有餘即圓球
外切八面體之每一邊也乃以八面體
之每一邊用等邊三角形求面積法求
得每一面積九十三寸五十三分零七
釐四十三豪有餘與圓球半徑六寸相
乘三歸之得一百八十七寸零六十一
分四百八十六釐有餘為一三角尖體
積八因之得一尺四百九十六寸四百
九十一分八百八十八釐有餘即圓球



外切八面體之總積也如圖甲乙圓球
 徑一尺二寸外切丙丁戊己庚辛八面
 體自丁辛己庚四角平分之則成丙丁
 辛己庚戊己庚丁辛二尖方體將二尖
 方體自尖依各稜直剖之則又得子丙
 丁庚類八三角尖體圓球之外面皆切
 於各面之中心圓球之半徑即外切八
 面體中心至每一面中心之立垂線試
 自丙角至丁庚邊正中壬作丙壬一面



中垂線又自八面體中心子至丙丁庚

面中心癸作子癸立垂線復自八面體

中心子至丁庚邊正中壬作子壬線遂

成壬癸子勾股形此形以子癸立垂線

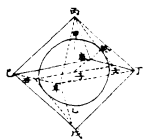
即圓球半徑為股丙壬一面中垂線之三分

之一癸壬為勾八面體中心至每邊正

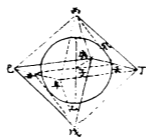
中斜線子壬為弦子壬即八面體每邊之一半益壬丑與庚

已平行其度相等折半於子故為每邊之半夫癸壬既為丙

壬一面中垂線之三分之一則癸壬自



乘方必為丙壬一面中垂線自乘方之
 九分之一而丙壬一面中垂線自乘方
 原為丙丁每邊自乘方之十二分之九
 則癸壬自乘方必為丙丁每邊自乘方
 之十二分之一又子壬既為每邊之半
 則其自乘方必為每邊自乘方之四分
 之一今命為十二分之三癸壬勾自乘
 方既為每邊自乘方十二分之一子壬
 弦自乘方又為每邊自乘方十二分之



三則子癸股自乘方必為每邊自乘方
十二分之二即六分之一故以子癸圓
球半徑自乘六因之得每邊自乘方積
開平方得八面體之每一邊也既得每
一邊則用等邊三角形求面積法求得
丙丁庚一面積與子癸圓球半徑相乘
三歸之得子丙丁庚一三角尖體積八
因之即得丙丁戊己庚辛八面體之總
積也如有八面體之一邊求內容圓球

徑則求得自中心至每一面中心之立

垂線即內容圓球之半徑也

又用求球外各形之一邊之定率比例

以定率之圓球徑一○○○○○○○

○為一率圓球外切八面體之一邊一

二二四七四四八七為二率今所設之

圓球徑一尺二寸為三率求得四率一

尺四寸六分九釐六豪九絲三忽八微

有餘即圓球外切八面體之一邊也

一率

一○○○○○○○

二率

一二四七四八七

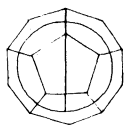
三率

二

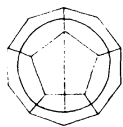
四率

一四九六九三八

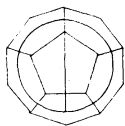
設如圓球徑一尺二寸求外切十二面體之每一邊及體積幾何



法以理分中末線之全分一〇〇〇〇
〇〇〇〇為一率大分六一八〇三三
九九為二率今所設之圓球徑一尺二
寸折半得六寸為三率求得四率三寸
七分零八豪二絲零三微有餘為圓球
外切十二面體每一面中心至邊之垂
線又以全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為



一率倍小分七六三九三二〇二為二
率今所設之圓球半徑六寸為三率求
得四率四寸五分八釐三豪五絲九忽
二微有餘為每一面中心至角之分角
線乃以每一面之分角線為弦每一面
中心至邊之垂線為股求得勾二寸六
分九釐四豪一絲六忽八微有餘倍之
得五寸三分八釐八豪三絲三忽六微
有餘即圓球外切十二面體之每一邊



也乃以十二面體之每一邊與每一面

中心至邊之垂線相乘得數折半五因

之得四十九寸九十五分二十六釐零

九豪有餘為圓球外切十二面體之每

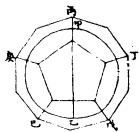
一面之積與圓球半徑六寸相乘三歸

之得九十九寸九百零五分二百一十

八釐有餘為每一五角尖體積十二因

之得一尺一百九十八寸八百六十二

分六百一十六釐有餘即圓球外切十



二面體之總積也蓋圓球外切十二面

體其圓球之外面皆切於各面之中心

圓球之半徑即外切十二面體中心至

每一面中心之立垂線以圓球半徑為

理分中末線之全分則外切十二面體

之每一面中心至邊之垂線

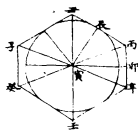
即五等邊形內容圖

半徑為大分每一面中心至角之分角線

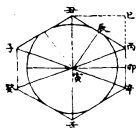
即五等邊形為倍小分如甲乙圓球徑

外切圓半徑

一尺二寸外切丙丁戊己庚十二面體



按其一面中垂線平分割之則成丙辛
壬癸子丑不等邊六角形丙辛與子癸
皆十二面體之每一邊辛壬壬癸子丑
丑丙皆為十二面體之每一面自一角
至對邊之中垂線寅丑與寅卯皆為十
二面體中心至每邊正中之垂線寅辰
為十二面體中心至每面中心之立垂
線即圓球半徑辰丑為每面中心至邊
之垂線辰丙為每面中心至角之分角



線今以寅辰為全分則辰丑為大分辰

丙為倍小分何以知之寅卯既為十二

面體中心至每邊正中之垂線平分丙

辛邊於卯故丙卯為每邊之半寅卯為

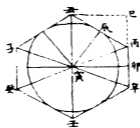
全分則丙卯為小分蓋十二面體中心至每邊正中之垂

線為全分則其每一面兩角相對斜線之一半為大分而每邊之半即為小分

見球內容十試依寅卯全分度作丑巳

卯寅正方形則丑巳與巳卯亦皆為全

分巳卯既為全分而丙卯又為小分則



巳丙即為大分丑巳丙勾股形與寅辰

丑勾股形為同式形

寅辰丑勾股形之丑角與寅角併之

共九十度而寅辰丑勾股形之丑角與丑巳丙勾股形之丑角併之亦共九十度故此二勾股形之巳丑丙角與寅辰角為相等辰角與巳角又同為直角其餘一角亦必等故為同式形丑巳丙勾股形之丑巳

股為全分則巳丙勾為大分寅辰丑勾

股形之寅辰股為全分則辰丑勾亦即

為大分故以寅辰圓球半徑與辰丑每

面中心至邊之垂線之比即同於理分



中末線之全分與大分之比也又凡五
 等邊形自心至邊之垂線為大分則自
 心至角之分角線即為倍小分如丙午
 未申酉五等邊形其辰丑垂線為大分
 則辰申分角線為倍小分何以知之蓋
 丙未兩角相對斜線為全分則未申一
 邊為大分而酉未與丙申兩兩角相對
 斜線相交所截戌申一段即為小分成
 連比例三率故丙戌與戌未亦皆為大



分與未申等試自戌至亥作戌亥垂線

平分丙未兩角相對斜線於亥則成丙

亥戌勾股形與辰申勾股形為同式

形

辰申申勾股形之辰角當申申半邊所對之弧為未申邊所對之弧之一

半故辰申申勾股形之辰角與丙戌亥勾股形之丙角等丑角與亥角又同為

直角其餘一角亦必等故為同式形夫丙未為全分則丙

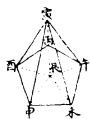
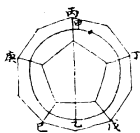
戌為大分丙未為大分則丙戌為小分

若以丙未之半丙亥為大分則丙戌即

為倍小分故以辰丑垂線為大分則辰



申分角線亦即為倍小分今圓球半徑與每面中心至邊之垂線之比既同於全分與大分之比則圓球半徑與每面分角線之比亦即同於全分與倍小分之比也既得辰丑垂線又得辰申分角線則用股弦求勾法求得丑申勾倍之得未申即圓球外切十二面體之每一邊既得每一邊又得每面中心至邊之垂線則以辰丑每面中心至邊之垂線



與未申一邊相乘折半五因之得丙午
未申酉五等邊形面積與寅辰圓球半
徑相乘三歸之得寅丙午未申酉一五
角尖體積十二因之即得丙丁戊己庚
十二面體之總積也如有十二面體之
一邊求內容圓球徑則求得十二面體
中心至每面中心之立垂線即內容圓
球之半徑也
又用求球外各形之一邊之定率比例

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 六九三七八六三六七
三率 一七二八
四率 一九八八六二八四〇

球外切十二面體積六九三七八六三
六七為二率今所設之圓球徑一尺二
寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為
三率求得四率一尺一百九十八寸八
百六十二分八百四十釐有餘即圓球
外切十二面體之積也

又用圓球積之定率比例以定率之圓
球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率

圓球外切十二面體積一三二五〇三

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一三五〇三四五八

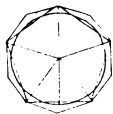
三率 九四七七八六四

四率 二九八六二八四二

四三五八為二率今所設之圓球徑一尺二寸求得圓球積九百零四寸七百七十八分六百八十四釐有餘為三率求得四率一尺一百九十八寸八百六十二分八百四十二釐有餘即圓球外切十二面體之積也

設如圓球徑一尺二寸求外切二十面體之每一邊及體積幾何

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇



○○○○為一率小分三八一九六六

○一為二率今所設之圓球徑一尺二

寸折半得六寸為三率求得四率二寸

二分九釐一豪七絲九忽六微有餘為

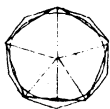
圓球外切二十面體每一面中心至邊

之垂線三因之得六寸八分七釐五豪

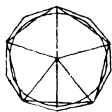
三絲八忽八微有餘為每一面自一角

至對邊之中垂線自乘三歸四因開平

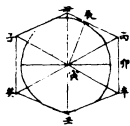
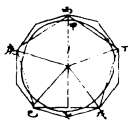
方得七寸九分三釐九豪零一忽四微



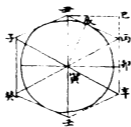
有餘即圓球外切二十面體之每一邊也乃以二十面體之每一邊用等邊三角形求面積法求得每一面積二十七寸二十九分一十九釐有餘與圓球半徑六寸相乘三歸之得五十四寸五百八十三分八百釐有餘為一三角尖體積二十因之得一尺九十一寸六百七十六分有餘即圓球外切二十面體之總積也蓋圓球外切二十面體其圓球



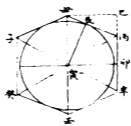
之外面皆切於各面之中心圓球之半
徑即外切二十面體中心至每一面中
心之五垂線以圓球半徑為理分中末
線之全分則外切二十面體之每一面
中心至邊之垂線即三等邊形為小分
每一面中心至角之分角線即三等邊形外切圓
半徑為倍小分其每一面自一角至對邊
之中垂線為三小分如甲乙圓球徑一
尺二寸外切丙丁戊己庚二十面體按



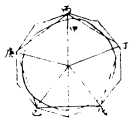
其一面中垂線平分剖之則成丙辛壬
 癸子丑不等邊六角形丙辛與癸子皆
 二十面體之每一邊丑丙辛壬癸子
 丑皆為二十面體之每一面自一角至
 對邊之中垂線寅丑與寅卯皆為二十
 面體中心至每邊正中之垂線寅辰為
 二十面體中心至每面中心之立垂線
 即圓球半徑辰丑為每面中心至邊之
 垂線辰丙為每面中心至角之分角線



今以寅辰為全分則辰丑為小分辰丙
為倍小分丙丑即為三小分也何以知
之寅卯既為二十面體中心至每邊正
中之垂線平分丙辛邊於卯故丙卯為
每邊之半寅卯為全分則丙卯為大分
蓋二十面體中心至每邊正中之垂線
為全分則每邊之半為大分見球內容
二十面體法 試依寅卯全分度作巳卯寅丑
正方形則丑巳與巳卯亦皆為全分巳
卯既為全分而丙卯又為大分則巳丙



即為小分丑巳丙勾股形與寅辰丑勾
 股形為同式形丑巳丙勾股形之丑巳
 股為全分則巳丙勾為小分寅辰丑勾
 股形之寅辰股為全分則辰丑勾為小
 分故以寅辰圓球半徑與辰丑每面中
 心至邊之垂線之比即同於理分中末
 線之全分與小分之比也既得辰丑每
 面中心至邊之垂線則以三因之即得
 丙丑每面自一角至對邊之中垂線而



每面自一角至對邊之中垂線自乘方
 為每邊自乘方之四分之三故以所得
 丙丑每面自一角至對邊之中垂線自
 乘三歸四因開平方即得午未為圓球
 外切二十面體之每一邊既得午未一
 邊與丙丑每面自一角至對邊之中垂
 線相乘折半得丙午未一三角形面積
 與寅辰圓球半徑相乘三歸之得寅丙
 午未一三角尖體積二十因之即得丙

一率

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率

六三二七五六九九九

三率

一七二六

四率

一三九一六七六〇九九四

七寸九分三釐九豪零一忽四微有餘
即圓球外切二十面體之一邊也

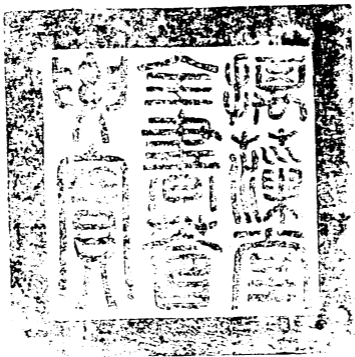
又用求球外各形之體積之定率比例
以定率之圓球徑自乘再乘之正方體
積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓

球外切二十面體積六三一七五六九
九九為二率今所設之圓球徑一尺二
寸自乘再乘得一尺七百二十八寸為
三率求得四率一尺九十一寸六百七

六分零九十四釐有餘即圓球外切二十面體之積也



御製數理精下編卷二十八



總校官庶吉士 臣張能照

校對官中官正 臣郭長發

謄錄監生 臣何青

繪圖監生 臣李鈞